

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΟΡΙΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

ΚΑΤΕΡΙΝΑ Δ.

1. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 + 3$. Να βρεθεί η τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε:

α. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 4}{x - 1} = \lambda - 3$ β. $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{2f(x) - 8x + \lambda}{x - 3} \right) = 13$

2. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{x+3} - 2$. Να βρεθεί η τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε:

α. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{2x^2 - 2} = \lambda^2$ β. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = 2\lambda - \frac{3}{4}$

3. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 + 1$, $x \in \mathbb{R}$. Να βρεθούν οι τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε:

α. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - 10}{x - 3} = \lambda + 2$ β. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2f(x) + 5x}{x^2 - 4} = 2\lambda + \frac{3}{4}$
 γ. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f^2(x) - x^4 - 19}{x^3 - 3x^2 - 4x + 12} = \lambda^2 - \frac{8}{5}$

4. Να βρεθούν τα παρακάτω όρια:

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 2}{x - 1}$, $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x + 1}{x^2 + x}$, $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^3 - 4x^2}{5x - 10}$

$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{3 - 3x}$

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{\sqrt{x} - 1}$, $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4}$, $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{3 - \sqrt{x}}{x - 9}$

$\lim_{x \rightarrow 6} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{6}}{x - 6}$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{x}}$, $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{\sqrt{x} - \sqrt{3}}$

$\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - 5|x| + 2)$, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{\sqrt{x}}$, $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3 - \sqrt{x}}{x - 9}$

5. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - 2x$. Να βρεθούν τα:

α. 0 β. 0 γ. 0 δ. 0 ε. -1 ζ. 1 η. 7²

6. Έστω συνάρτηση f με $f(x) = x^2 - 5x + 2a$, $a \in \mathbb{R}$. Αν γνωρίζετε ότι $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) + 2 = -12$ τότε να βρεθεί η τιμή του a .

Ακόμα να βρεθεί:

- D_f
- $\lim_{x \rightarrow 0} [\alpha f(x) - 4]$
- η τιμή $K = \alpha f(2) - f(1) \cdot f(-1)$

7. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{2x^2 - 3(ax + 1) + 1}{x - 2}$, $a \in \mathbb{R}$ για την οποία γνωρίζουμε ότι η γραφική της παράσταση διέρχεται από το σημείο $A(0, 1)$. Να βρείτε:

- D_f
- Να αποδείξετε ότι $a = 1$
- Για $a = 1$ να υπολογίσετε τις τιμές $f(3)$ και $f(1)$

8. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 3x^2 + (k + \lambda)x - 2\lambda$, $x \in \mathbb{R}$ και $k, \lambda \in \mathbb{R}$. Να βρείτε τις τιμές των k, λ , ώστε η γραφική παράσταση της f να διέρχεται από τα σημεία $A(2, 0)$ και $B(1, 1)$. Στη συνέχεια να βρεθεί το $\lim_{x \rightarrow 0} [k f(x) - 2\lambda]$

9. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2\lambda x^3 + kx$, $x \in \mathbb{R}$ και $k, \lambda \in \mathbb{R}$.

Να βρείτε τις τιμές των k, λ όταν:

$$f(1) = 4 \quad \text{και} \quad f(2) = 42.$$

10. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x(x - 3)$, $x \in \mathbb{R}$. Να βρείτε τις τιμές $f(2)$ και $f(-2)$. Για ποιές τιμές του x είναι $f(x) \geq 0$; Στη συνέχεια να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $K = 2f(h) - 6(h^2 + h) + 4$, $h \in \mathbb{R}$.

11. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 7x + 2$. Να αποδείξετε ότι:

$$a. f(1) + f(-2) = -3 \quad \text{και} \quad b. \frac{f(k) - f(k)}{k} = 7, \quad \text{για κάθε } k \in \mathbb{R}^*.$$

Καλή δύναμη!