

ΙΣΟΤΗΤΑ ΤΡΙΓΩΝΩΝ

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

- 1) Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $AB = A\Gamma$  και τα σημεία  $\Delta$  και  $E$  των πλευρών του  $AB$  και  $A\Gamma$  αντίστοιχα τέτοια ώστε  $B\Delta = \Gamma E$ . Έστω  $M$  το μέσο του  $\Delta E$ . Τι είδους τρίγωνο είναι το  $A\Delta E$  και να αποδείξετε ότι  $MB = M\Gamma$  και ότι η  $AM$  είναι διχοτόμος της γωνίας  $A$
- 2) Θεωρούμε το τυχαίο τρίγωνο  $AB\Gamma$  και έστω  $M$  το μέσο της  $A\Gamma$ . Προεκτείνουμε το  $BM$  έτσι ώστε  $MZ = BM$ . Να δείξετε ότι  $AZ = B\Gamma$ .
- 3) Θεωρούμε το τυχαίο τρίγωνο  $AB\Gamma$  και έστω  $E, Z$  τα μέσα των  $AB$  και  $A\Gamma$  αντίστοιχα. Προεκτείνουμε τα  $BZ, \Gamma E$  έτσι ώστε  $ZH = BZ$  και  $E\Theta = \Gamma E$ . Να αποδείξετε ότι  $A\Theta = AH$ .
- 4) Έστω το τυχαίο τρίγωνο  $AB\Gamma$ . Φέρνουμε το  $A\Delta$  κάθετο στην πλευρά  $AB$  και το  $A\epsilon$  κάθετο στην  $A\Gamma$  έτσι ώστε  $A\Delta = AB$  και  $A\epsilon = A\Gamma$ . Να δείξετε ότι  $\Gamma\Delta = BE$ .
- 5) Έστω ένα τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $AB < A\Gamma$ ) με  $A\Delta$  διχοτόμο της γωνίας  $A$  και  $BE$  κάθετη στην  $A\Delta$ . Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο  $ABE$  είναι ισοσκελές.
- 6) Θεωρούμε το ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $AB = A\Gamma$  και  $M$  το μέσο της  $B\Gamma$ . Προεκτείνουμε την  $AB$  κατά  $B\Delta$  και την  $A\Gamma$  κατά  $\Gamma E$  έτσι ώστε  $B\Delta = \Gamma E$ . Να αποδείξετε ότι  $M\Delta = ME$ .
- 7) Έστω δυο ισοσκελή τρίγωνα  $AB\Gamma, A\Delta E$  με βάσεις  $B\Gamma$  και  $\Delta E$ . Αν  $\widehat{BA\Gamma} = \widehat{\Delta A E}$  να δείξετε ότι i)  $\widehat{BA\Delta} = \widehat{\Gamma A E}$  και ii)  $B\Delta = \Gamma E$
- 8) Θεωρούμε το ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $AB = A\Gamma$ ). Προεκτείνουμε τη  $B\Gamma$  προς την πλευρά του  $B$  κατά  $B\Delta$  και προς την πλευρά του  $\Gamma$  κατά  $\Gamma E$  έτσι ώστε  $B\Delta = \Gamma E$ . Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο  $A\Delta E$  είναι ισοσκελές.
- 9) Θεωρούμε το τυχαίο τρίγωνο  $AB\Gamma$ . Προεκτείνουμε την  $AB$  κατά  $BE$  και την  $A\Gamma$  κατά  $\Gamma Z$  έτσι ώστε  $BE = AB$  και  $\Gamma Z = A\Gamma$ . Φέρνουμε τα  $E\eta, Z\Theta$  κάθετα στην  $B\Gamma$ . Να δείξετε ότι  $E\eta = Z\Theta$ .
- 10) Θεωρούμε το ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $AB = A\Gamma$ ) και  $M$  το μέσο της  $B\Gamma$ . Προεκτείνουμε την  $BA$  κατά  $A\epsilon$  και την  $\Gamma A$  κατά  $AZ$  έτσι ώστε  $A\epsilon = AZ$ . Να αποδείξετε ότι  $MZ = ME$ .
- 11) Έστω το ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $AB = A\Gamma$ ) και  $M$  το μέσο της  $B\Gamma$ . Παίρνουμε σημείο  $\Delta$  της  $AB$  και σημείο  $E$  της  $A\Gamma$  έτσι ώστε  $A\Delta = \frac{1}{3}AB$  και  $A\epsilon = \frac{1}{3}A\Gamma$ . Να δείξετε ότι το τρίγωνο  $M\Delta E$  είναι ισοσκελές.

- 12)** Έστω το ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $AB = A\Gamma$ ) και  $M$  το μέσο της  $B\Gamma$ . Φέρνουμε το  $M\Delta$  κάθετο στην  $AB$  και το  $ME$  κάθετο στην  $A\Gamma$ . Να αποδείξετε ότι  $M\Delta = ME$ .
- 13)** Θεωρούμε το τυχαίο τρίγωνο  $AB\Gamma$  και έστω  $A\Delta$  η διχοτόμος του. Προεκτείνουμε την  $\Delta A$  κατά τμήματα  $AE$  και  $AZ$  έτσι ώστε  $AE = A\Gamma$  και  $AZ = AB$ . Να δείξετε ότι  $BE = \Gamma Z$ .
- 14)** Έστω το ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $\hat{A} = 90^\circ$  και  $M$  το μέσο της  $B\Gamma$ . Προεκτείνουμε την  $AM$  κατά τμήμα  $M\Delta = AM$ . Να αποδείξετε ότι : i) τα τρίγωνα  $MB\Delta$ ,  $AM\Gamma$  είναι ίσα ii) τα τρίγωνα  $M\Delta\Gamma$ ,  $ABM$  είναι ίσα και iii) τα ευθύγραμμα τμήματα  $B\Delta$ ,  $\Delta\Gamma$  είναι κάθετα.
- 15)** Θεωρούμε το ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $AB = A\Gamma$ ) και  $M$  το μέσο της  $B\Gamma$ . Φέρνουμε τα τμήματα  $M\Delta$ ,  $ME$  κάθετα στις πλευρές  $AB$  και  $A\Gamma$  αντίστοιχα. Να δείξετε ότι : i)  $M\Delta = ME$  ii)  $\widehat{AM\Delta} = \widehat{AME}$  iii)  $AM \perp \Delta E$ .
- 16)** Θεωρούμε το τυχαίο τρίγωνο  $AB\Gamma$  και  $M$  το μέσο της  $B\Gamma$ . Προεκτείνουμε την  $BA$  κατά ίσο τμήμα  $A\Delta$  και την  $\Gamma A$  κατά ίσο τμήμα  $AE$ . Αν  $Z$  είναι το σημείο τομής της προέκτασης της  $MA$  με τη  $\Delta E$  να αποδείξετε ότι: i) τα τρίγωνα  $AB\Gamma$ ,  $AE\Delta$  είναι ίσα ii) τα τρίγωνα  $AEZ$ ,  $AM\Gamma$  είναι ίσα iii) το  $Z$  είναι μέσο του  $E\Delta$ .
- 17)** Στις προεκτάσεις της πλευράς  $\Gamma\Delta$  του ορθογωνίου  $AB\Gamma\Delta$  πήραμε τμήματα  $\Gamma E$ ,  $\Delta Z$  ώστε  $\Gamma E = \Delta Z$ . Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο  $ABEZ$  είναι ισοσκελές τραπέζιο και ότι  $\Gamma E = (ZE - AB) / 2$
- 18)** Έστω το ισόπλευρο τρίγωνο  $AB\Gamma$ . Πάνω στις πλευρές  $AB$ ,  $B\Gamma$ ,  $\Gamma A$  παίρνουμε τα σημεία  $\Delta$ ,  $E$ ,  $Z$  έτσι ώστε  $A\Delta = BE = \Gamma Z$ . Αν το  $K$  είναι το σημείο τομής των  $AE$ ,  $\Gamma\Delta$ , το  $\Lambda$  είναι το σημείο τομής των  $BZ$ ,  $AE$  και το  $M$  είναι το σημείο τομής των  $\Gamma\Delta$ ,  $BZ$  να αποδείξετε ότι  $\hat{A\Delta\Gamma} = \hat{B\epsilon A} = \hat{\Gamma Z B}$ ,  $\hat{A\Delta K} = \hat{B\epsilon \Lambda} = \hat{\Gamma Z E}$  και ότι το τρίγωνο  $K\Lambda M$  είναι ισόπλευρο.